

TkT Heikki Kurttila

26.4.2005

Päivitys 9.5.05:

Vastauksia nimim. ”Totuudelle” (jutun lopussa)

WTC-tornien painovoimaisen romahtamisen yksinkertaistettu luonnontieteellinen tarkastelu

NISTin loppuraporttia odotellessa

Tausta

Yhdysvaltain liittovaltion hallinnoima tekniikan alan standardisointijärjestö NIST (National Institute of Standards and Technology) sai USA:n kongressilta elokuussa 2002 toimeksiannon tehdä tutkimus WTC-tornien tuhoutumisista tietokonesimulaatioiden avulla. NIST sai tehtäväkseen jatkaa liittovaltionkansallisen onnettomuustutkimuskeskuksen FEMA:n (Federal Emergency Management Agency) keskeneräiseksi jäänyttä tutkimusta. Alun perin NISTin tutkimuksen piti valmistua elokuussa 2004, mutta loppuraporttia lykättiin vuoden loppuun ja edelleen tammikuuhun ja kevääseen 2005. Huhtikuun viides päivä järjestetyssä tiedotustilaisuudessa NIST lupasi julkaista loppuraportin syksyllä 2005. Sen julkaisemista on lykätty jo neljä kertaa, ja toimeksiannosta tulee ensi syksynä kuluneeksi kahden vuoden sijasta kolme vuotta. Lykkäykset viittaavat NIST:n vaikeuksiin saada aikaan haluttu lopputulos, joka olisi riittävän uskottava.

NISTin tarkoituksena on osoittaa tieteellisesti, että WTC:n tornit romahtivat tulipalojen seurauksena ”luonnollisella” tavalla. Ilman mitään räjähteitä. Lähes vapaan pudotuksen nopeudella. Halutaan hankkia kiistämättömät todisteet siitä, että USA:n hallinnon esittämä virallinen selitys pitää paikkansa, ja että nimetyt arabiterroristit tekivät tämän speaktaakkelimaisen joukkomurhan. Tarkoituksena on vapauttaa USA:n valtaeliitti kaikista rikosepäilyistä ja pyhittää sen johdolla tapahtuva maailmanlaajuinen ja loputon terrorismin vastainen sota.

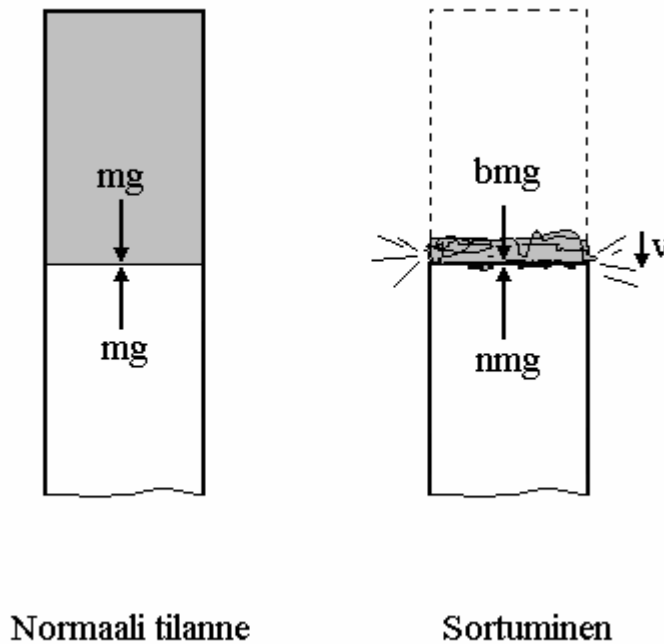
Tavoite

WTC-tornien romahduksista on väitely kiivaasti jo yli kolme vuotta. Moni on sitä mieltä, että romahduksen alettua tornin yläosa saa niin suuren liikemäärän, että se murskaa kaiken alleen. ”On siis aivan selvää, että kerran alettuaan romahdus jatkuu alas asti lähes vapaan pudotuksen nopeudella”. Vastassa on Suomessa toimivan 9/11 -totousliikkeen väite, että nähdyt romahdukset eivät olleet mahdollisia ilman ylimääräistä vauhditusta, kuten hyvin suunniteltuja voimakkaita räjäytyksiä. Totousliike vetoaa myös räjähdysiin viittaaviin havaintoihin, kuten betonin täydelliseen pulverisointumiseen. Ongelmana tässä väittelyssä näyttää olevan, että tieto tornien kestävyysominaisuuksista on puutteellista. Keskustelu jää helposti ”eipäs/juupas” -tasolle, jossa syytökset fysiikan perusteiden osaamattomuudesta sinkoilevat.

Tämän lyhyttutkimuksen tarkoituksena on tuoda esiin eräitä tornien romahduksiin liittyviä fysiikan perusasioita, joita ei väittelyissä voida ohittaa. Tässä tarkastellaan niitä olosuhde-ehtoja, jotka WTC pohjois- ja etelätornien tulee täyttää, jotta tornit voisivat romahtaa alas asti. Samalla tarkastellaan romahdusaikaan vaikuttavia seikkoja. Apuna käytetään matematiikan ja mekaniikan perusteita. Lähteinä ovat julkisuudessa esiintyvät tiedot ja videoilta tehdyt omat havainnot.

Oletukset

Tässä artikkelissa tehdään reippaita yksinkertaistuksia. Tornit oletetaan tasapaksuiksi ja homogeenisiksi neliön muotoisiksi tangoiksi. Lattiat ja huonekerrokset jätetään huomiotta, sillä niitä on niin paljon (110 kerrosta), että niiden voidaan katsoa sulautuvan systeemiin. Sortumatilanteessa osa tornin yläosan massasta pysyy tornin päällä ja osallistuu sortumiseen massansa ja liikemääränsä voimalla. Murtuman alapuolinen rakenne vastustaa sortumaa lujutensa ja massansa hitauden johdosta.



Kuva 1 Torniin vaikuttavat voimat normaali- ja sortumatilanteessa

Tarkastellaan normaalissa tilanteessa tornin tuentaa mielivaltaisesti valitussa kohdassa. Sen yläpuolisen tornin osan massaa on m . Massa kohdistuu maan vetovoiman kiihtyvyyttä, g . Maan vetovoima aiheuttaa tuentaa voimaa, mg . Tuenta aiheuttaa yläosaan vastaavasti yhtä suuren reaktiivoiman, joka on vastakkaisuuntainen, $-mg$. Näin voimat kumoavat toisensa, ja tornin huippu pysyy paikallaan.

Tarkastellaan samaa kohtaa romahdustilanteessa niin, että yläpuolinen massa on romahtanut, ja alapuolinen rakenne on vielä ehjä. Osa romahtaneesta massasta on sinkoutunut sivuun tornin ulkopuolelle, joten jäljellä oleva massa, bm , on pienempi kuin normaalitilanteessa ($b < 1$). Maan vetovoima aiheuttaa siis tuentaa voimaa bmg . Tuentakohta murskautuu, mutta samalla se vastustaa murskautumista keskimääräisellä voimalla $-nmg$. Jos tuennan lujuus ei ole sanottavasti heikentynyt, esimerkiksi tulipalon seurauksena, on n :n arvo selvästi suurempi kuin 1 ($n > 1$). Sen arvo voi olla ykköstä pienempi vain, jos rakenteen lämpötila on noussut hyvin lähelle kriittistä arvoa. Tätä asiaa käsitellään tämän artikkelin loppupuolella.

Kerrataan vielä. Normaalitapauksessa tornin yläosaan kohdistuvat maan vetovoima, F_{mn} ja tuennan reaktiivoima, F_{tn} . Voimien summa, F_n on nolla:

$$F_n = F_{mn} + F_{tn} = mg - mg = 0 \quad (1.1)$$

Romahdustilanteessa yläosaan kohdistuu maan vetovoima, \mathbf{F}_{mr} ja reaktiovoima \mathbf{F}_{tr} , joten voimien summa \mathbf{F}_r on:

$$F_r = F_{mr} + F_{tr} = (b - n)mg \quad (1.2)$$

Jos tuennan lämpötila on kaukana kriittisestä (esim. 40...50 °C päässä) F_r :n arvo on negatiivinen, jolloin alkanut romahdus hidastuu ja lopulta pysähtyy. Kuvissa 1 ja 3 on esitetty tornin romahtavaan osaan vaikuttavat voimat.

Putoavan massan liikemäärä, \mathbf{I} on massa bm kerrottuna sen keskinopeudella \mathbf{v} :

$$I = bmv \quad (1.3)$$

Liikemäärän differentiaalisen pieni muutos, $d\mathbf{I}$ on:

$$dI = bmdv + vdm \quad (1.4)$$

On hyvä huomata, että yhtälön (1.4) jälkiosassa on termi, vdm eikä $bvdm$, sillä oletetaan, että myös sivuun lentävän massaosuuden, $(1-b)m$, putoamisnopeus kasvaa nolasta v :hen.

Peruslähtökohta tälle artikkelille on liikemäärän muutoksen yhtälö. Eräs fysiikan peruslaki kuuluu, että:

$$\text{Voima} \times \text{aika} = \text{liikemäärän muutos.}$$

Tässä artikkelissa aika käsitetään differentiaalisen pienenä muutoksena, dt . Joten saadaan:

$$F_r dt = dI \quad (1.5)$$

Sijoitetaan yhtälöt (1.2) ja (1.4) yhtälöön (1.5):

$$(b - n)mgdt = bmdv + vdm \quad (1.6)$$

Tornit oletettiin tasapaksuiksi ja homogeenisiksi tangoiksi, joten tuennan yläpuolinen massa m on suoraan verrannollinen tuennan etäisyyteen tornin huipusta, h ja tornin massakertoimesta q . Tällöin massalle saadaan arvo:

$$m = qh \quad (1.7)$$

Liikemäärän muutoksen yhtälö (1.6) saadaan tällöin muotoon:

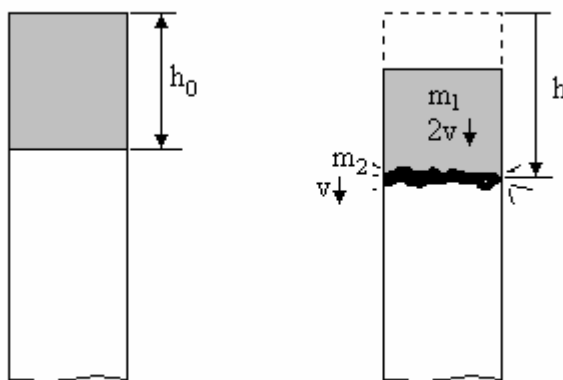
$$(b - n)ghdt = bhdv + vdh \quad (1.8)$$

Tornien sortumat alkavat huipun alapuolelta, jolloin sortuman alussa ehjä huippu putoaa alaspäin. Tätä kutsutaan tässä romahduksen alkuosaksi. Ehjän huipun ja ehjän alaosan välissä on alapäin putoava murskaantunut osuus. Murtuma etenee sekä tornin ala- että yläosaan. Ehjän huipun osuus hupenee koko ajan, jolloin se on lopulta murskaantunut kokonaan. Siitä alkaa romahduksen loppuosa, jolloin kaikki putoava materiaali on murskana.

Näiden kahden romahduksen ominaisuudet poikkeavat toistaan, joten ne on käsiteltävä erikseen.

Romahduksen alkuosa

Romahdus alkaa murtumasta, joka syntyy korkeudelle h_0 tornin huipusta mitattuna. Tällöin on kahdenlaista putoavaa massaa: ehjä osa m_1 ja murskaantunut osa m_2 . Oletetaan, että murtuma etenee symmetrisesti sekä ylös- että alaspäin, ja että murskaantuneen osan korkeus on mitätön verrattuna ehjän osan korkeuteen. Tällöin murskaantuneen osan putoamisnopeus on v , ja ehjän osan vastaavasti $2v$. Kuvassa 2 on esitetty romahduksen alkuvaiheen tilanne.



Kuva 2 Romahduksen alkuosan tilanne

Alkuoletuksesta johtuen ehjän yläosan massa m_1 saadaan yhtälöstä:

$$m_1 = q(2h_0 - h), \quad (1.9)$$

missä h_0 on murtuman alkukohta ja h murtuman etenemiskohta tornin huipusta mitattuna. Vastavasti murskaantuneen osan massa m_2 saadaan yhtälöstä:

$$m_2 = 2bq(h - h_0), \quad (1.10)$$

missä b on murskaantuneen massan jäljellä oleva osuus systeemissä. Osa murskaantuneesta massastahan sinkoutui systeemistä ulos. Putoava kokonaismassa m on tällöin:

$$m = m_1 + m_2 = q[(2 - 2b)h_0 + (2b - 1)h] \quad (1.11)$$

Koska murskaantuneen osan putoamisnopeus on v ja ehjän $2v$ saadaan yhtälöistä (1.9) ja (1.10) helposti putoavan massa liikemäärä I :

$$I = 2q[(2 - b)h_0 - (1 - b)h]v \quad (1.12)$$

Koska murtuma etenee symmetrisesti sekä ylös- että alaspäin, on liikemäärän muutos dI :

$$dI = 2q[(2-b)h_0 - (1-b)h]dv \quad (1.13)$$

Tornin putoavaan osaan kohdistuva nettovoima F_r saadaan yhtälön (1.11) avulla:

$$F_r = q[(2-2b)h_0 + (2b-1-n)h]g \quad (1.14)$$

Sovelletaan yllämainittua fysiikan peruslakia ja yhdistetään yhtälöt (1.13) ja (1.14), jolloin saadaan liikemäärän muutoksen yhtälö:

$$[(2-2b)h_0 + (2b-1-n)h]g dt = 2[(2-b)h_0 - (1-b)h]dv \quad (1.15)$$

Jaetaan yhtälö (1.15) dt:llä:

$$[(2-2b)h_0 + (2b-1-n)h]g = 2[(2-b)h_0 - (1-b)h] \frac{dv}{dt} \quad (1.16)$$

Otetaan huomioon fysiikan peruslaki, jossa on määritelty putoamiskiihtyvyys a :

$$a = \frac{dv}{dt} \quad (1.17)$$

Sijoitetaan tämä yhtälöön (1.16):

$$[(2-2b)h_0 + (2b-1-n)h]g = 2[(2-b)h_0 - (1-b)h]a \quad (1.18)$$

On hyvä huomata, että yhtälössä (1.18) ovat h ja a muuttujia. Joten tämän yhtälön differentiaalinen muutos on:

$$(2b-1-n)gdh = 2[(2-b)h_0 - (1-b)h]da - 2(1-b)adh \quad (1.19)$$

Jaetaan dh:lla:

$$(2b-1-n)g = 2[(2-b)h_0 - (1-b)h] \frac{da}{dh} - 2(1-b)a \quad (1.20)$$

Ryhmittelemällä tämä saadaan differentiaaliyhtälö, jossa esiintyy funktio a ja sen derivaatta da/dh :

$$2(1-b)a - 2[(2-b)h_0 - (1-b)h] \frac{da}{dh} + (2b-1-n)g = 0 \quad (1.21)$$

Nyt on parasta turvautua apufunktioon z ja määritellä se:

$$z = (2-b)h_0 - (1-b)h \quad (1.22)$$

Apufunktion derivaatta on tällöin dz :

$$dz = -(1-b)dh \quad (1.23)$$

Sijoitetaan yhtälöt (1.22) ja (1.23) differentiaaliyhtälöön (1.21):

$$2(1-b)a + 2(1-b)z \frac{da}{dz} + (2b-1-n)g = 0 \quad (1.24)$$

Yhtälöstä (1.24) voidaan päätellä ratkaistavan funktion muoto:

$$a = C_1 z^{C_2} + C_3 \quad (1.25)$$

ja sen derivaatan muoto: $\frac{da}{dz} = C_1 C_2 z^{C_2-1}$, (1.26)

missä C_1 , C_2 ja C_3 ovat vakio kertoimia. Sijoitetaan yhtälöt (2.25) ja (1.26) yhtälöön (1.24):

$$2(1-b)C_1 z^{C_2} + 2(1-b)C_3 + 2(1-b)C_1 C_2 z^{C_2} + (2b-1-n)g = 0 \quad (1.27)$$

Ratkaistaan tästä C_2 ja C_3 :

$$C_2 = -1 \quad (1.28) \qquad C_3 = -\frac{2b-1-n}{2(1-b)} g \quad (1.29)$$

Seuraavaksi tarkastellaan romahduksen alkupistettä. Siinä korkeus huipusta mitattuna on h_0 , joten alkukiihtyvyys a_0 saadaan helposti yhtälön (1.18) avulla:

$$a_0 = \frac{1-n}{2} g \quad (1.30)$$

Sijoitetaan yhtälöt (1.28), (1.29) ja (1.30) yhtälöön (1.25):

$$\frac{1-n}{2} g = C_1 z_0^{-1} - \frac{2b-1-n}{2(1-b)} g, \quad (1.31)$$

missä z_0 on apufunktion arvo romahduksen alkupisteessä. Ratkaistaan C_1 :

$$C_1 = \frac{nb+b-2n}{2(1-b)} g z_0 \quad (1.32)$$

Sijoittamalla yhtälöt (1.28), (1.29) ja (1.32) yhtälöön (1.25) saadaan kiihtyvyys a apufunktion z :n funktiona $a(z)$:

$$a(z) = \frac{nb+b-2n}{2(1-b)} g \frac{z_0}{z} - \frac{2b-1-n}{2(1-b)} g \quad (1.33)$$

Yhtälöstä (1.22) saadaan helposti z_0 :

$$z_0 = (2-b)h_0 - (1-b)h_0 = h_0 \quad (1.34)$$

Sijoittamalla yhtälöt (1.22) ja (1.34) yhtälöön (1.33) saadaan kiihtyvyyden h :n funktiona $\mathbf{a}(h)$:

$$a(h) = \frac{nb+b-2n}{2(1-b)} \cdot \frac{gh_0}{(2-b)h_0 - (1-b)h} - \frac{2b-1-n}{2(1-b)} g \quad (1.35)$$

Fysiikan perusteiden mukainen kiihtyvyys a voidaan määrittää myös yhtälöllä:

$$a = \frac{v dv}{dh} \quad (1.36)$$

Tästä saadaan integraaliyhtälö:

$$\int_0^v v dv = \int_{h_0}^h a dh \quad (1.37)$$

sijoittamalla tähän yhtälö (1.35) saadaan:

$$\int_0^v v dv = \frac{nb+b-2n}{2(1-b)} gh_0 \cdot \int_{h_0}^h \frac{dh}{(2-b)h_0 - (1-b)h} - \frac{2b-1-n}{2(1-b)} g \int_{h_0}^h dh \quad (1.38)$$

Ratkaistaan integraali:

$$\frac{v^2}{2} = \frac{nb+b-2n}{2(1-b)} \frac{gh_0}{1-b} \cdot \ln \frac{h_0}{(2-b)h_0 - (1-b)h} - \frac{2b-1-n}{2(1-b)} g(h-h_0) \quad (1.39)$$

Tästä saadaan putoamisnopeus, v :

$$v = \sqrt{\frac{gh_0}{1-b}} \cdot \sqrt{\frac{nb+b-2n}{1-b} \cdot \ln \frac{h_0}{(2-b)h_0 - (1-b)h} - (2b-1-n) \left(\frac{h}{h_0} - 1 \right)} \quad (1.40)$$

Fysiikan perusteista saadaan myös nopeuden määritelmä: $v = \frac{dh}{dt}$ (1.41)

Tästä saadaan romahduksen alkuosaan kuluva aika, t_1 integroimalla:

$$t_1 = \int_{h_0}^h \frac{dh}{v} \quad (1.42)$$

Sijoittamalla tähän yhtälö (1.40) saadaan:

$$t_1 = \sqrt{\frac{1-b}{gh_0}} \cdot \int_{h_0}^{h_1} \frac{dh}{\sqrt{\frac{nb+b-2n}{1-b} \cdot \ln \frac{h_0}{(2-b)h_0 - (1-b)h} + (1+n-2b) \left(\frac{h}{h_0} - 1 \right)}}, \quad (1.43)$$

missä h_1 on romahduksen alkuosan loppupiste. Alkuperäisestä määritelmästä johtuen:

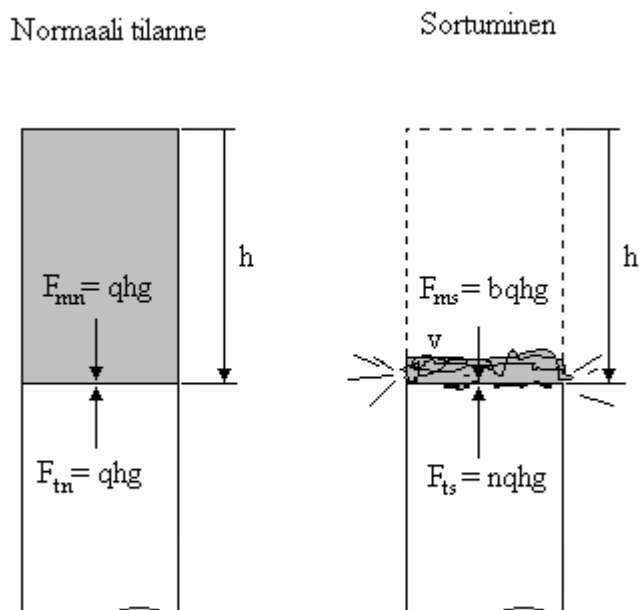
$$h_1 = 2h_0 \quad (1.44)$$

Yhtälö (1.43) on ratkaistu numeerisesti Math Cad[®] – ohjelman avulla.

Romahduksen loppujakson tarkastelua varten tarvitaan putoamisnopeus alkujakson lopussa, v_1 . Se saadaan helposti yhtälöistä (1.40) ja (1.44):

$$v_1 = \sqrt{\frac{gh_0}{1-b}} \cdot \sqrt{-\frac{nb+b-2n}{1-b} \cdot \ln b + (-2b+1+n)} \quad (1.45)$$

Romahduksen jälkiosa



Kuva 3 WTC-tornin voimat normaalitilanteessa ja sortumistilanteessa

Tässä voidaan lähteä suoraan yhtälöstä (1.8):

$$(b-n)ghdt = bhdv + vdh \quad (1.8)$$

Jaetaan dt:llä:
$$(b-n)gh = bh \frac{dv}{dt} + v \frac{dh}{dt} \quad (2.1)$$

Sijoitetaan tähän yhtälöt (1.17) ja (1.41), joten se saadaan muotoon:

$$(b-n)gh = bah + v^2 \quad (2.2)$$

Tästä saadaan kiihtyvyys a: $a = \frac{b-n}{b}g - \frac{v^2}{bh}$ (2.3)

Termit a, h ja v ovat muuttujia, yhtälön (2.3) differentiaali on:

$$(b-n)gdh = badh + bhda + 2vdv \quad (2.4)$$

Jaetaan dh:lla: $(b-n)g = ba + bh\frac{da}{dh} + 2\frac{vdv}{dh}$ (2.5)

Sijoitetaan tähän yhtälö (1.36):

$$(b-n)g = ba + bh\frac{da}{dh} + 2a \quad (2.6)$$

Muokataan tätä, jolloin saadaan differentiaaliyhtälö:

$$(2+b)a + bh\frac{da}{dh} - (b-n)g = 0 \quad (2.7)$$

Tästä havaitaan, että kiihtyvyys putoamissyvyyden funktiona on tyyppiä:

$$a = C_1h^{C_2} + C_3 \quad (2.8)$$

Vastaavasti kiihtyvyyden derivaatta on: $\frac{da}{dh} = C_1C_2h^{C_2-1}$ (2.9)

Sijoitetaan yhtälöt (2.8) ja (2.9) differentiaaliyhtälöön (2.7):

$$(2+b)C_1h^{C_2} + (2+b)C_3 + bC_1C_2h^{C_2} - (b-n)g = 0 \quad (2.10)$$

Ratkaistaan kertoimet C_3 ja C_2 :

$$C_3 = \frac{(b-n)g}{2+b} \quad (2.11) \quad , \quad C_2 = -\frac{2+b}{b} \quad (2.12)$$

Kiihtyvyys a_1 kohdassa h_1 saadaan yhtälöstä: (2.3):

$$a_1 = \frac{b-n}{b}g - \frac{v_1^2}{bh_1} \quad (2.13)$$

Sijoitetaan yhtälöt (2.11), (2.12) ja (2.13) yhtälöön (2.8):

$$\frac{b-n}{b}g - \frac{v_1^2}{bh_1} = C_1 h_1^{-\frac{2+b}{b}} + \frac{(b-n)g}{2+b} \quad (2.14)$$

Ratkaistaan kerroin C_1 : $C_1 = \left[\frac{2(b-n)g}{2+b} - \frac{v_1^2}{h_1} \right] \frac{1}{b} h_1^{\frac{2+b}{b}}$ (2.15)

Sijoitetaan yhtälöt (2.11), (2.12) ja (2.15) yhtälöön (2.8):

$$a = \left[\frac{2(b-n)g}{2+b} - \frac{v_1^2}{h_1} \right] \frac{1}{b} \left(\frac{h_1}{h} \right)^{\frac{2+b}{b}} + \frac{(b-n)g}{2+b} \quad (2.16)$$

Muistetaan integraaliyhtälö (1.37), joka tässä tapauksessa saa muodon:

$$\int_{v_1}^v v dv = \int_{h_1}^h a dh \quad (2.17)$$

Sijoitetaan tähän yhtälö (2.16):

$$\int_{v_1}^v v dv = \left[\frac{2(b-n)g}{2+b} - \frac{v_1^2}{h_1} \right] \frac{1}{b} \int_{h_1}^h \left(\frac{h_1}{h} \right)^{\frac{2+b}{b}} dh + \frac{(b-n)g}{2+b} \int_{h_1}^h dh \quad (2.18)$$

Ratkaistaan integraali:

$$\frac{v^2 - v_1^2}{2} = \left[\frac{2(b-n)g}{2+b} - \frac{v_1^2}{h_1} \right] \frac{h_1}{2} \left[1 - \left(\frac{h_1}{h} \right)^{\frac{2}{b}} \right] + \frac{(b-n)g}{2+b} (h - h_1) \quad (2.19)$$

Tästä saadaan putoamisnopeus v :

$$v = \sqrt{\frac{(b-n) \cdot 2gh_1}{2+b}} \cdot \sqrt{\left[\frac{2+b}{b-n} \cdot \frac{v_1^2}{2gh_1} - 1 \right] \left(\frac{h_1}{h} \right)^{\frac{2}{b}} + \frac{h}{h_1}} \quad (2.20)$$

Muistetaan integraaliyhtälö (1.42), joka tässä tapauksessa saa muodon:

$$t_2 = \int_{h_1}^{h_2} \frac{dh}{v}, \quad (2.21)$$

missä t_2 on romahduksen loppuvaiheeseen kuluva aika ja h_2 tornin kokonaiskorkeus. Sijoitetaan tähän yhtälö (2.20), jolloin saadaan:

$$t_2 = \sqrt{\frac{2+b}{(b-n) \cdot 2gh_1}} \cdot \int_{h_1}^{h_2} \frac{dh}{\sqrt{\left[\frac{2+b}{b-n} \cdot \frac{v_1^2}{2gh_1} - 1 \right] \left(\frac{h_1}{h} \right)^{\frac{2}{b}} + \frac{h}{h_1}}} \quad (2.22)$$

Yhtälö (2.22) on ratkaistu numeerisesti Math Cad[®] – ohjelman avulla.

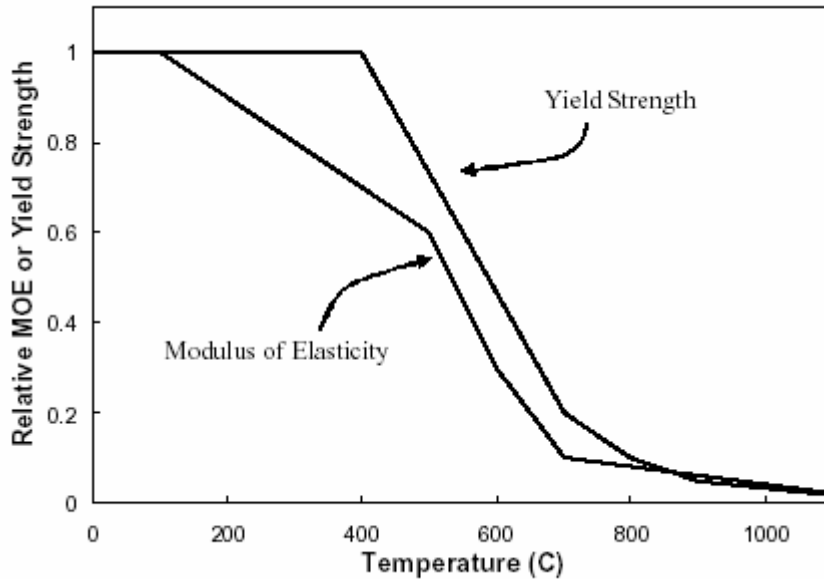
Systeemissä pysyvän putoavan massan osuus, b

Osa putoavasta massasta (1-b) sinkoutuu systeemistä ulos. Osa taas jää systeemiin eli putoamaan tornin päällä. Sen osuus on b, jonka arvo on jossain nollan ja yhden välillä. Lopussa näytettävissä tuloksissa käytetään varovaista arviota, $b = 0,8$, kun esitetään romahduksen pysähtymiskorkeuksia. Esitettäessä romahdusaikoja näytetään b:n koko skaala 0...1. Tämän tarkempi arvo on vielä epäselvä, mutta ilmeisesti b:n arvosta päästään jossain vaiheessa parempaan arvioon perusteellisemmän video- ja kuvatarkastelun avulla.

Varmuuskerroin n

Monista lähteistä päätellen WTC - tornien normaalimitoituksessa on käytetty varmuuskerrointa $n = 6$. Suuri arvo johtunee siitä, että tornit on suunniteltu kestäämään maanjäristykset, hirmumyrskyt ja lentokoneiden törmäykset.

Tulipalon aiheuttama kuumuus alentaa teräsrakenteiden lujuutta. Riittävän tehokkaassa tulipalossa saavutetaan teräksen lineaarinen suhteellisuusraja, jolloin teräksessä alkaa syntyä pysyviä muodonmuutoksia. Samalla teräs lujittuu, eikä romahdusta tapahdu. Varmuuskertoimella $n = 6$ suhteellisuusraja saavutetaan $n. 600 \text{ }^\circ\text{C}$:n lämpötilassa. Teräsrakenne elää ja nitisee. Vasta $750 \text{ }^\circ\text{C}$:n lämpötilassa saavutetaan tehollinen myötöraja, jolloin romahdus alkaa. Tehollista myötörajaa voidaan kutsua myös kriittiseksi rajaksi, jolloin rakenteen varmuuskerroin on pudonnut arvoon $n = 1$. Kuvassa 4 on esitetty tavallisen rakenneteräksen lineaarisen suhteellisuusrajan ja tehollisen myötörajän aleneminen lämpötilan funktiona.

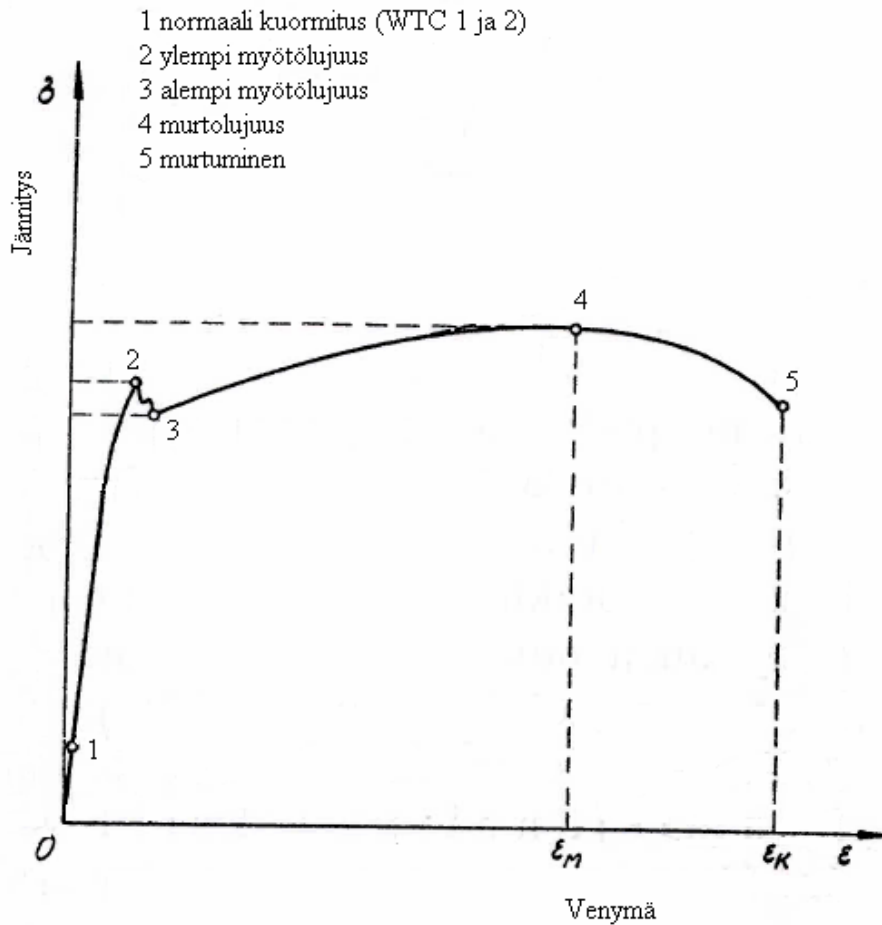


Kuva 4 Tavallisen rakenneteräksen lineaarisen suhteellisuusrajan (Modulus of Elasticity) ja tehollisen myötörajan (Yield Strength) suhteellinen aleneminen lämpötilan funktiona (EC3, 1995) (Oral Buyukozturk ja Franz-Josef Ulm: Materials and structures. MIT)

Kun kriittinen raja saavutetaan, varmuuskerroin alittaa paikallisesti niukasti arvon 1, ja romahdus alkaa. Se aiheuttaa dynaamisen kuormituksen alapuoliseen rakenteeseen, jonka keskimääräinen romahdusta vastustava kerroin n_{dyn} on selvästi pienempi kuin yksi. Täysin hauraalla rakenteella dynaamisen kuormituksen kestävyys on 0,5, ja täysin sitkeällä se on 1. Kuvassa 5 on esitetty tavallisen rakenneteräksen jännitys-venymäpiirros normaalissa lämpötilassa. Piirroksesta voidaan havaita että rakenneteräs on hyvin sitkeää, joten n_{dyn} :n arvo voi olla lähempänä ykköstä kuin 0,5:ttä. Esimerkiksi $n_{\text{dyn}} = 0,8$ voi olla varovaisen realistinen arvo.

Todellinen tilanne on monimutkaisempi, ja n_{dyn} :n todellisen arvon määrittäminen voi olla epämääräistä. Jos vaakasuora palkki katkeaa, ja alla on paljon tyhjää tilaa, voi n_{dyn} :n arvo jäädä pieneksi. Kuitenkin koko kuorma on pystysuorien pilareiden varassa, ja koko ajan on monta pilaria vastustamassa romahdusta samanaikaisesti. Siinä mielessä tyhjää tilaa ei juuri ole, ja n_{dyn} :n arvo lähestyy ykköstä.

Peruskuva: Arvo Ylinen. Kimmo- ja lujuusoppi



Kuva 5 Tavallisen rakenneteräksen jännitys-venymäpiirros normaalissa lämpötilassa

Onneksi meillä on käytössä videokuvia, joista voidaan arvioida kiihtyvyyksiä. Kuvassa 6 on esitetty pohjoistornin romahduksen videoinnista mitaamani maston korkeus ajan funktiona romahduksen alussa. Mittauksista voidaan todeta, että maston kiihtyvyys romahduksen alussa on noin 5 m/s^2 , mikä on noin $0,5 g$. Koska romahduksen alkuosassa tornin ehjän osan putoamisnopeus on kaksinkertainen murskautuneen osan putoamisnopeuteen verrattuna, on murtokohdan alkukiihtyvyys $0,25 g$. Yhtälössä (2.21) esitettiin murtokohdan alkukiihtyvyys:

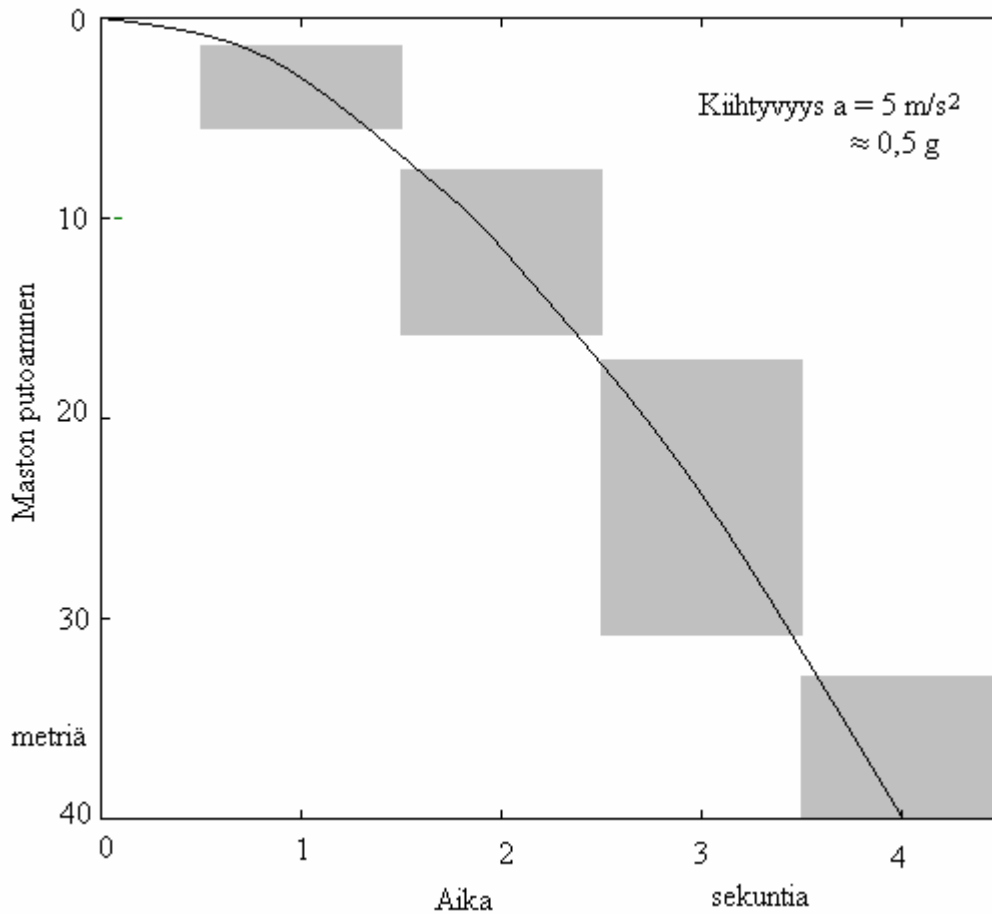
$$a_0 = \frac{1-n}{2} g \quad (1.30)$$

Sijoitetaan tähän mittauksilla saatu alkukiihtyvyys: $0,25 g = \frac{1-n}{2} g$ (3.1)

Joten saadaan n_{dyn} :n arvo: $n_{\text{dyn}} = 0,5$ (3.2)

Koska tornin rakenne on koko pituudeltaan suhteellisen tasalaatuinen, voidaan yhtälön (3.2) arvoa pitää vakiona. Tämä edellyttää, että tornin lämpötila on kriittisellä tasolla koko tornin pituudelta, mikä tuskin on mahdollista.

On syytä ottaa huomioon, että videolta mitattu arvo $n_{\text{dyn}} = 0,5$ on todennäköisesti saatu rikoksesta. Toisin sanoen se voi olla seurausta räjäytyksestä. Todennäköisemmin ”aito” romahdus tapahtuisi huomattavasti hitaammin, jolloin n_{dyn} olisi selvästi suurempi.



Kuva 6 Pohjoistornin maston putoaminen romahduksen alussa. Mitattu videolta.

Tulokset

Tässä esitetään Pohjoistornin romahdustarkastelun tulokset.

Laskennassa on hyödynnetty artikkelissa johdettuja yhtälöitä (1.43), (1.45) ja (2.22). Laskelmat on tehty Math Cad[®] – ohjelman avulla.

$$t_1 = \sqrt{\frac{1-b}{gh_0}} \cdot \int_{h_0}^{h_1} \frac{dh}{\sqrt{\frac{n_1 b + b - 2n_1}{1-b} \cdot \ln \frac{h_0}{(2-b)h_0 - (1-b)h} + (1+n_1 - 2b) \left(\frac{h}{h_0} - 1 \right)}} \quad (1.43)$$

$$v_1 = \sqrt{\frac{gh_0}{1-b}} \cdot \sqrt{-\frac{nb+b-2n}{1-b} \cdot \ln b + (-2b+1+n)} \quad (1.45)$$

$$t_2 = \sqrt{\frac{2+b}{(b-n_2) \cdot 2gh_1}} \cdot \int_{h_1}^{h_2} \frac{dh}{\sqrt{\left[\frac{2+b}{b-n_2} \cdot \frac{v_1^2}{2gh_1} - 1 \right] \left(\frac{h_1}{h} \right)^{\frac{2}{b}} + \frac{h}{h_1}}} \quad (2.22)$$

Romahdukseen kuluva aika t saadaan laskemalla näistä yhtälöistä saadut t_1 ja t_2 :

$$t = t_1 + t_2 \quad (2.32)$$

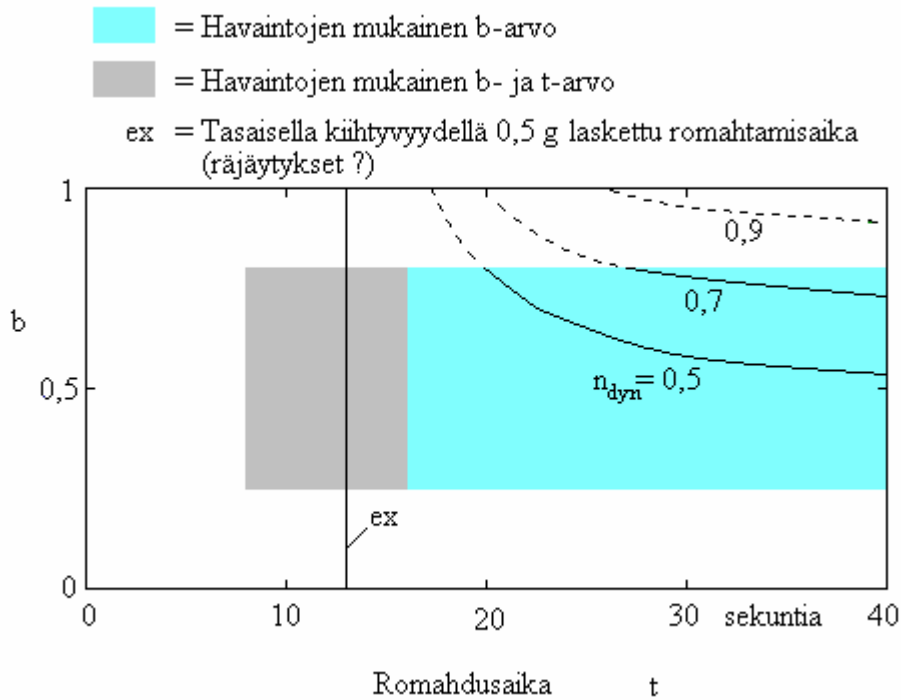
Aluksi määritetään romahdukseen kuluva aika, kun $n_{\text{dyn}2}$ on niin pieni, että romahdus tulee alas asti.

Laskennan alkuarvot:

$b = 0 \dots 1$	Videohavaintojen mukaan b voisi olla välillä $0,2 \dots 0,8$.
$g = 9,807 \text{ m/s}^2$	Maan vetovoiman kiihtyvyys
$h_0 = 53 \text{ m}$	Romahduksen alkukorkeus huipusta mitattuna.
$h_1 = 106 \text{ m}$	Romahduksen alkuosan loppukorkeus huipusta mitattuna.
$h_2 = 417 \text{ m}$	Tornin korkeus
$n_{\text{dyn}1} = 0,5$	Romahduksen alkukorkeuden ja alkuosan loppukorkeuden välinen arvo.
$n_{\text{dyn}2} = 0,5 \dots 0,9$	Romahduksen loppuosan arvo.

Laskennan tulokset on esitetty kuvassa 7.

Käsitykset Pohjoistornin romahdusajasta vaihtelevat välillä $8 \dots 16$ sekuntia. Kuvassa 7 esitetään romahdusaikoja arvoilla $n_{\text{dyn}2} = 0,5$, $0,7$ ja $0,9$. Arvolla $n_{\text{dyn}2} = 0,5$ on torni kokonaisuudessaan saavuttanut kriittisen lämpötilan. Tällä arvolla romahdusaika on vähintään 20 sekuntia, mikä on selvästi enemmän kuin havaittu todellinen romahtamisaika. Arvolla $n_{\text{dyn}2} = 0,7$ romahduksen alkuosan varmuuskerroin $n_{\text{dyn}1} = 0,5$, ja 311 metrin korkeudessa ($417 - 106 = 311$) n_{dyn} vaihtuu arvoon $0,7$. Tällä arvolla saavutetaan vähintään 26 sekunnin romahtamisaika. Arvolla $n_{\text{dyn}2} = 0,9$ torni ei romahda alas asti lainkaan (kun b enintään $0,8$).

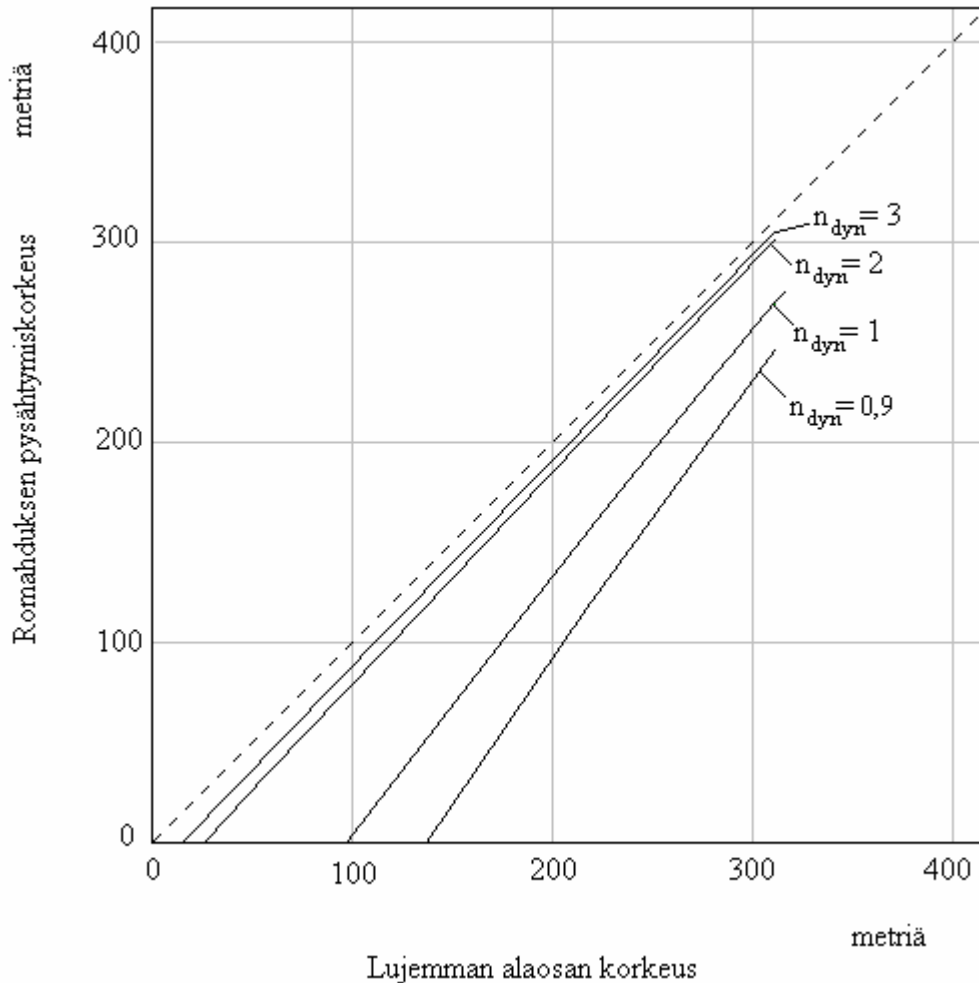


Kuva 7 Pohjoistornin romahdusaika eri vaihtoehdoilla

Taulukossa 2 on Tapio Junnon diplomityössä laatima taulukko rakenneteräksen kuumalujuusarvoista lämpötilan funktiona. Taulukosta voidaan havaita, että teräksen lämpötilan ollessa 750 °C ollaan kriittisessä pisteessä, jolloin tehollisen myötörajan arvo on 0,167 kertaa alkuperäinen arvo 1. ($1/6 = 0,167$) Tässä lämpötilassa staattinen varmuuskerroin $n_{st} = 1$, ja dynaaminen varmuuskerroin $n_{dyn} = 0,5$ (Koska tässä ollaan varovaisia ja nojaututaan havaittuun alkukiihtyvyyteen. Katso kuva 6). Taulukossa 1 esitellään dynaamisia varmuuskertoimia ja niitä vastaavia lämpötiloja.

n_{dyn}	Lämpötila, °C
0,5	750
0,7	700
0,9	670
1,0	660
2,0	540
3,0	400

Taulukko 1 Dynaaminen varmuuskerroin lämpötilan funktiona



Kuva 8 Romahduksen pysähtymiskorkeus eri vaihtoehdoilla.

Pohdiskelua

Yksinkertaisuuden varovaisuuden vuoksi tässä tarkastelussa on oltu konservatiivisia eli viralliselle selitykselle on annettu jonkin verran tasoitusta. Seuraavat tasoitukset on annettu:

- 1) Tornit oletettiin massaltaan tasapaksuiksi, vaikka todellisuudessa ne olivat alhaalta järeämpiä kuin ylhäältä.
- 2) Romahduksessa kerrosten välisen ilman vastus ja tornin sivulle sinkoutuvan materiaalin liike-energian romahdusta vaimentava vaikutus on jätetty huomiotta.
- 3) b -arvon arvioinnissa on oltu varovaisia, ja annettu liian iso luku.
- 4) n_{dyn} -arvon arvioinnissa on myös oltu varovaisia, ja annettu liian pieni luku. Jos n_{dyn} on suurempi kuin b , niin romahdus ei jatku alas asti.

Edellytykset Pohjoistornin alas asti romahtamiselle ovat hyvin kapeat. Kriittinen lämpötila saavutetaan yhdessä kohdassa ensin, josta romahdus alkaa. Jotta romahdus voisi jatkua alas asti, ei alapuolisen rakenteen lämpötila saa poiketa kriittisestä lämpötilasta enempää kuin $50 \dots 80 \text{ } ^\circ\text{C}$ (Arvot saatiin tässä selvityksessä). Niissäkään tapauksissa ei saavuteta havaittuja romahdusaikoja, vaan ne ovat paljon pitempiä. Jos b ja n_{dyn} saadaan määritettyä tarkemmin kuin nyt, eikä tasoitusta tarvitse

antaa näin paljon, voi alas romahtamisen marginaali kadota kokonaan, ja painovoimainen ”luonnollinen” romahdus osoittautuu mahdottomaksi.

Taulukko 9

TERÄKSEN JÄNNITYS-VENYMÄYHTEYDEN PIENENNYSTEKIJÄT KORKEISSA
LÄMPÖTILOISSA (12)

Teräksen lämpötila	Tehollisen myötörajan pienennystekijä	Suhteellisuusrajan pienennystekijä	Kimmokertoimen pienennystekijä
θ_a °C	$k_{y,\theta} = f_{y,\theta} / f_y$	$k_{p,\theta} = f_{p,\theta} / f_y$	$k_{E,\theta} = E_{a,\theta} / E_a$
20	1,000	1,000	1,000
100	1,000	1,000	1,000
200	1,000	0,807	0,900
300	1,000	0,613	0,800
400	1,000	0,420	0,700
500	0,780	0,360	0,600
600	0,470	0,180	0,310
700	0,230	0,075	0,130
800	0,110	0,050	0,090
900	0,060	0,0375	0,0675
1000	0,040	0,0250	0,0450
1100	0,020	0,0125	0,0225
1200	0,000	0,0000	0,0000

Taulukko 2 Rakenneteräksen kuimalujuusarvojen aleneminen lämpötilan funktiona
Tapio Junnon diplomityön mukaan

Vastauksia lyhyttutkimustani koskeviin kysymyksiin, jotka on esittänyt nimimerkki ”Totuus”
9.5.2005

”Totuus” kirjoitti 4.5.2005 klo 03.32:

”Kävin laskelmat läpi ja tässä oma mielipiteeni.

Laskujen matematiikka on (tietysti) oikein. En tosin lähtenyt numeerisesti ratkomaan viimeisiä yhtälöitä, enkä ole siis vielä tarkistanut saatuja lopputuloksia. Itselleni on edelleen hieman auki yhtälöiden 1.3 ja 1.13 differentioinnit. Miksi täsmälleen ottaen kerroin b puuttuu yhtälöstä 1.3 ja miksi yhtälön 1.13 differentiaalissa ei ole dh -termiä? Itselleni nämä eivät ainakaan ihan suoraan aukene.

Fysiikankin osalta käsitellyt ilmiöt ovat kyllä oikein. Ongelmana on se, että laskujen yksinkertaistukset ovat niin radikaaleja, että en usko tutkimuksen enää kovin hyvin kuvastavan todellisuutta. Ainakaan siis Kaksoistornien sortumista.

Laskuissa torni on oletettu yhdeksi kappaleeksi, joka kaikissa kohdissa vastustaa sortuman etenemistä suurimmalla mahdollisella (normaaliolojen) määrällä. Tarkastelussa unohdetaan totaalisesti sortuman kannalta kenties tärkein asia; kerrosten romahtaminen. Videomateriaalista havaitaan selvästi, että kerroksen pettävät paljon ennen kuin ulkoseinät kaatuvat tai hajoavat. Ulkoseinät eivät yksinään kykeneet juurikaan kantamaan painoa (sivuttaistuki poistunut). Mahdolliset kerrosten sortumiset saattoivat jopa vetää ulkopilareita sisäänpäin. Tällöin laskuissa käsitelty varmuuskerroin oli huomattavasti pienempi kuin 6; osittain kenties jopa alle yhden.

Ongelmana siinä, että rakenteet kykenevät antamaan maksimaalisen vastusvoiman koko sortumisen ajan on myös se, että se tuskin on mahdollista palkkien taipuessa ja pulttiliitosten pettäessä (eli vaikka kerrokset eivät olisi romahtaneet ensimmäisenä).

Summa summarum: Varmuuskerroin n ei ollut sortumisen aikana lähelläkään arvoa 6. Tai siis ndyn oli selvästi alle 1.

Lisäksi oletus sortuman symmetrisyydestä vaatii sen, että tippuvan irtoromun nopeus vähenee puoleen. Ottaen huomioon edellä mainitun kerrosten sortumisen, tälle oletukselle ei ole itsestään selvää syytä. Olen yllättynyt, että näillä laskuilla torni saatiin edes sortumaan maahan asti. Joillakin arvoilla niinkin nopeasti kuin 20 sek, mikä nyt ei ole valtavasti suurempi kuin todellinen aika.

Tutkielmassa mainittu sortumisen pysähtyminen jossakin loppuvaiheessa tuskin olisi sekään ollut mahdollista. Siinä vaiheessa nimittäin ylimmän ehjän kerroksen päällä olisi ollut niin suuri kuorma, että se olisi pettänyt..jne. sortuma olisi jatkunut.

Toinen erikoinen kohta on se, josta täälläkin on jo hieman puhuttu. Eli se teräksen lujittuminen 600-asteen lämmössä.”

Vastauksia:

Yhtälöt

Yhtälö (1.3) esittää kappaleen liikemäärää. Puhtaasti matemaattisesti tarkasteluna liikemäärän muutoksen yhtälön (1.4) jälkiosassa pitäisi esiintyä termi, $b dm$. Systeemiin tulee kuitenkin massa dm ,

jonka nopeus kasvaa nolasta v :hen. Välittömästi tämä jälkeen systeemistä poistuu massa $(1-b)dm$, joka kuitenkin säilyttää nopeuden v . Juuri uuden nopeutensa v takia poistuva massa ehtii vaikuttaa romahtamisnopeuteen hidastavasti. Tästä tulee tämä näennäinen matemaattinen ristiriita. Varsinaisen lopputuloksen kannalta tämä asia ei ole kovin merkittävä.

Jutussani kirjoitin:

<p>Putoavan massan liikemäärä, I on massa bm kerrottuna sen keskinopeudella v:</p> $I = bmv \quad (1.3)$ <p>Liikemäärän differentiaalisen pieni muutos, dI on:</p> $dI = bmdv + vdm \quad (1.4)$ <p>On hyvä huomata, että yhtälön (1.4) jälkiosassa on termi, vdm eikä $bvdm$, sillä oletetaan, että myös sivuun lentävän massaosuuden, $(1-b)m$, putoamisnopeus kasvaa nolasta v:hen.</p>
--

Sama asia kuin äsken koskee romahduksen alkuosaa. Liikemäärän yhtälöstä (1.12) pitäisi matemaattisesti seurata se, että sen muutoksen yhtälön (1.13) jälkiosassa esiintyisi termi $-2q(1-b)v dh$.

Jutussani kirjoitin:

$I = 2q[(2-b)h_0 - (1-b)h]v \quad (1.12)$ <p>Koska murtuma etenee symmetrisesti sekä ylös- että alaspäin, on liikemäärän muutos dI:</p> $dI = 2q[(2-b)h_0 - (1-b)h]dv \quad (1.13)$
--

Tässä kohdassa voidaan ajatella systeemin symmetriaa. Putoavaan systeemiin tulee alhaalta massa qdh , jonka nopeus muuttuu nolasta v :hen, ja ylhäältä yhtä suuri massa qdh , jonka nopeus muuttuu $2v$:stä v :hen. Niiden liikemäärien muutokset kumoavat toisensa, joten massan lisääntymisen termi on jätettävä pois.

Kerrosten huomiotta jättäminen

Yksinkertaistuksen tarkoituksena on tehdä tarkastelu mahdolliseksi pienillä resursseilla. Mallinnuksessa olen pyrkinyt konservatiivisuuteen eli antamaan tarvittaessa myönnytyksiä viralliselle selitykselle. Tarkastelen niitä ehtoja, joilla torni voi romahtaa alas asti tai jäädä pystyyn.

Tornin olettaminen homogeeniseksi ja tasapaksuksi yksinkertaistaa tarkastelua huomattavasti. Liikemäärän yhtälöistä johdetun tarkastelun kannalta ei ole olennaista merkitystä sillä, oletammeko tornit homogeenisiksi vai 110 kerrosta käsittäviksi. Kummassakaan tapauksessa näitä yhtälöitä ei voi ohittaa.

Nimimerkki ”Totuus” väittää, että ”videomateriaalista havaitaan selvästi, että kerrokset pettävät paljon ennen kuin ulkoseinät kaatuvat tai hajoavat”. Mitä videoita hän tarkoittaa, sillä itse en ole havainnut sellaista. Itse näin romahdusten tapahtuvan yhtenäisenä prosessina, joka eteni ylhäältä alas. Korkeintaan joitakin ulkoseinän osia jää hetkeksi jälkeen muusta romahduksesta.

Tornin pystysuuntaiset voimat olivat pystypilareiden varassa. Lattiat varmaankin antoivat pystypilareille jonkinlaisen sivustatuen. Lisäksi torneissa oli paikoin sivustatukea antamassa poikittaispalkkeja. Sivustatuen puute voi johtaa pystypilarin nurjahtamiseen. Se on kuitenkin niin huomattava liike, että se olisi pitänyt havaita videoilta. Mutta siitä ei ollut merkkiäkään. Lisäksi dynaamisessa kuormituksessa pilareille syntyy ylimääräistä sivustatukea, mikä johtuu pilarin oman massan aiheuttamasta nurjahtamista vastustavasta voimasta.

Varmuuskerroin

”Totuus” väittää, että varmuuskerroin on huomattavasti pienempi kuin 6. Lyhyttutkimuksessani tarkastelin ilmiöitä eri varmuuskertoimilla. Kun (yli-)arvioin $b:n$ arvoksi 0,8 (varovainen arvio), sain tulokseksi, että varmuuskertoimen arvolla $n_{dyn} = 0,9$ pohjoistornin romahdus jää kesken, mutta arvolla $n_{dyn} = 0,5$ torni romahtaa alas asti 20 sekunnissa.

Tornin rakenne on menestyksekkäästi kantanut yläosan painon vuosikymmenien ajan. Romahdustilanteessa yläpuolinen massa onkin pienempi kuin normaalisti. Tosin se on liikkeessä, mikä antaa alapuoliselle rakenteelle ylimääräisen kuorman, joka murskaa rakennetta. Tosin ylikuormitus antaa putoavalle massalle yhtä suuren reaktiovoiman ylöspäin, mikä hidastaa romahdusta ja lopulta pysäyttää sen.

Romahduksen symmetrisyys

Romahduksen alkuvaiheessa tornilla oli vielä ehjä huippu, joka hupeni pian olemattomiin. Tässä tarkastelussa romahtamisen oletettiin tapahtuvan symmetrisesti sekä kohti tornin tyveä että huippua. Symmetrisyydestä johtuen ehjän tornin putoamisnopeus oli kaksinkertainen romahduskohdan putoamisnopeuteen verrattuna.

Teräksen lujittuminen

Korkea lämpötila tietenkin alentaa teräksen lujuutta. Toisaalta teräksen lujuus kasvaa, kun sitä muokkaa, esim. venyttää. Sitä kutsutaan muokkauslujittumiseksi. Lujittuminen tapahtuu tietenkin suhteessa alkuperäisen muokkaamattomaan rakenteen lujuuteen. Toisin sanoen: venytettäessä teräs lujittuu suhteessa lujittamattomaan teräkseen vaikka 600 °C lämpötilassa. Tietenkään näin korkeassa lämpötilassa venytetyn teräksen lujuus ei ole niin suuri kuin muokkaamattoman teräksen lujuus, + 20 °C lämpötilassa. Tämä on metalliopin perusteiden mukaista.